

Chapitre 4 : Énergie potentielle

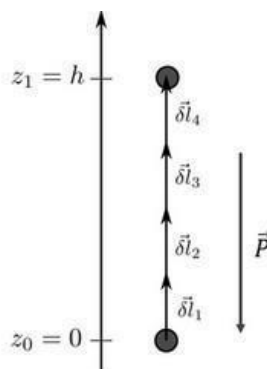
Travail du poids

Généralités

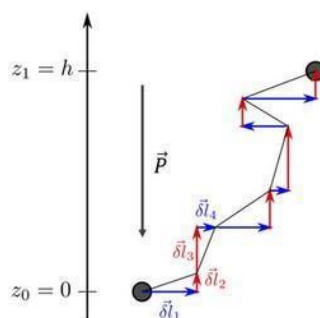
Le poids est constant dans l'espace et sa formule est : $\vec{P} = -mg\vec{k}$

Le travail correspond à : $W = -mg(z_1 - z_0) = -mgh$

où la masse m se déplace verticalement et où la trajectoire (h) se décompose en une somme de petites trajectoires:



Lors d'un déplacement quelconque (de $z_0 = 0$ à une altitude $z_1 = h > 0$) :



Le travail s'exprime comme : $W = -mg(\vec{k} \cdot \vec{dl}_1 + \vec{k} \cdot \vec{dl}_2 + \dots + \vec{k} \cdot \vec{dl}_i)$

- On ne considère pas les déplacements en bleu : leur direction est orthogonale à celle du vecteur poids, donc le produit scalaire est nul
- Le travail se calcule donc en ne considérant que les déplacements en rouges (de la même façon que pour un déplacement uniquement vertical)

$$W = -mg(z_1 - z_0) = -mgh$$

Donc le travail du poids NE DÉPEND PAS DU CHEMIN SUIVI mais uniquement de l'altitude de départ et d'arrivée

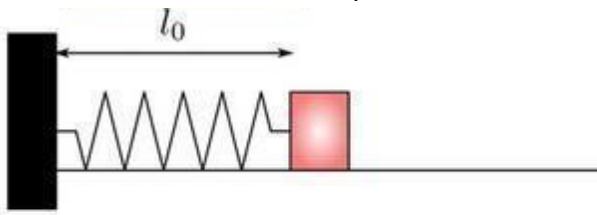
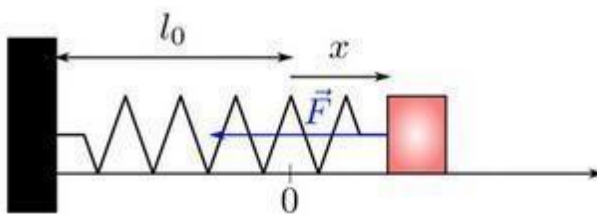
On dit que la force est CONSERVATIVE

Énergie potentielle associée à la

- L'énergie potentielle est définie à une constante près c'est sa variation qui a un sens physique (énergie échangée entre la force et le système):

$$\Delta Ep = Ep(B) - Ep(A) = -W_{A \rightarrow B}$$

- L'énergie potentielle de pesanteur est : $Ep(z) = mgz$

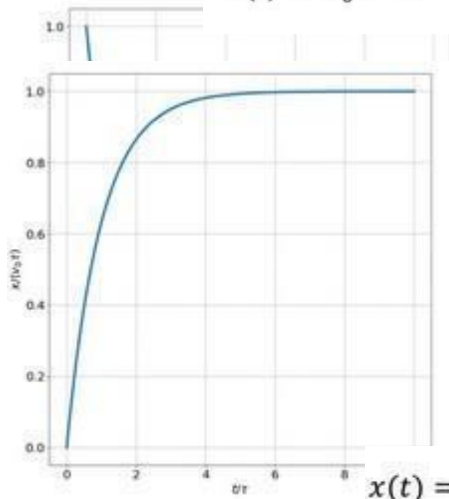
force conservative	avec z=0 et g indépendant de la position	
Travail du ressort harmonique		
Généralité	- On a un ressort harmonique idéal de raideur k - On mesure la position de son extrémité x (avec pour origine x=0 quand il n'y a aucune force) - la force s'exprimant comme $\vec{F} = - kx\vec{i}$ - le travail s'exprime comme $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l} = - k x dx$	
	- Lors du déplacement entre x=0 et x1 on obtient : - le travail s'exprime comme $\delta W = \int_0^x - k x dx = - \frac{1}{2} kx^2$	
	- Lors du déplacement entre x1 et x2 on obtient : - le travail s'exprime comme	
	$W_{x1 \rightarrow x2} = \int_{x1}^{x2} \delta W = \int_{x1}^{x2} - k x dx = - \left[- \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2 \right]$ Le travail ne dépend que des coordonnées de départ et d'arrivée (car c'est une force conservative)	
Energie potentielle	On définit une énergie potentielle harmonique/élastique : $E_p = \frac{1}{2} kx^2$ avec x=0 comme référence	
Énergie mécanique/ Comparaison	L'énergie mécanique d'un système est la somme de son énergie cinétique et de toutes ses énergies potentielles	
	Poids seul	Ressort seul horizontal
Énergie cinétique	$E_c = \frac{1}{2} m v^2(t)$	$E_c = \frac{1}{2} m v^2(t)$
Énergie potentielle	$E_p = m g z(t)$	$E_p = \frac{1}{2} k x^2(t)$
Énergie mécanique	$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$	$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$

	<u>Masse m en chute libre :</u> • $t=0, v=0, z=h$ donc $E_{m,0} = mgh$ • $t=t_1, v=v_1, z=0$ donc $E_{m,1} = \frac{1}{2}mv^2$ • $E_{m,0} = E_{m,1}$ donc $\frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$ <u>Ressort horizontal seul :</u> • L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2}mv^2(t)$ • L'énergie potentielle est : $E_p = \frac{1}{2}kx^2(t)$ • L'énergie mécanique est donc: $E_m = \frac{1}{2}mv^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t)$ <u>Masse m accrochée à un ressort :</u> • $t=0, v=v_0, x=0$ donc $E_{m,0} = \frac{1}{2}mv_0^2$ • $t=t_1, v=0, x=x_1$ donc $E_{m,1} = \frac{1}{2}kx_1^2$ • $E_{m,0} = E_{m,1}$ donc $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 \rightarrow x_1 = \sqrt{m/k}v_0$
Théorème de l'énergie cinétique	Quand les forces sont non conservatives, l'énergie mécanique n'est pas conservée. La variation d'énergie cinétique du système est : • Induite par/induit une variation d'énergie potentielle • Une partie est transformée sous forme de chaleur (dissipée) <u>La variation d'énergie cinétique est la somme des travaux de toutes les forces sur le système :</u> $\Delta E_c = W$ Exemple : une particule de rayon r de masse m glisse dans un fluide de viscosité η et est soumis seulement à la force de Stokes à $t=0$, on a $v=v_0$ Donc la variation de l'énergie cinétique dans ce système est égale à la force de frottement
Variation d'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2(t) \quad \longrightarrow \quad dE_c = mv(t)dv$ Travail de la force $\vec{F}_{\text{Stokes}} = -6\pi\eta r \vec{v}(t) \quad \longrightarrow \quad \delta W = \vec{F}_{\text{Stokes}} \cdot \vec{dl} = -6\pi\eta r v(t)dx$ $\Rightarrow dE_c = \delta W \Rightarrow mv(t)dv = -6\pi\eta r v(t)dx \Rightarrow mdv = -6\pi\eta r dx \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta r}{m} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta r}{m} v$ $\Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{6\pi\eta r}{m} dt \Rightarrow \int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{v} = -\int_0^t \frac{6\pi\eta r}{m} dt \Rightarrow \ln \frac{v(t)}{v_0} = -\frac{6\pi\eta r}{m} t \Rightarrow v(t) = v_0 e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}$	

On a donc un temps $\tau = m/6\pi\eta r$. On trouve donc :

- La vitesse :

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{6\pi\eta r}{m}t}$$



$$x(t) = v_0 \tau [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

- La distance parcourue :

Au bout de 10τ , on a une vitesse considérée comme nulle (car infinitésimale) et donc une distance maximale qui va être de $v_0 \tau$